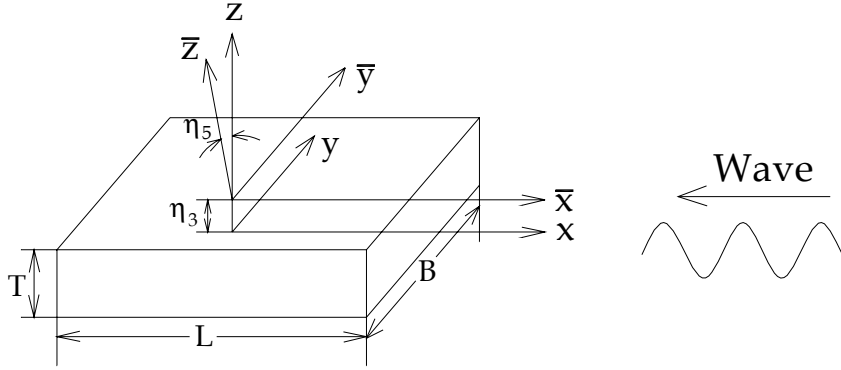


向波中에서 Box barge의 운동

그림 1과 같이, 전진속도 0인 Boxbarge가 向波中에 떠있는 경우를 생각하자.



좌표계 $x - y - z$ 는 공간고정이고, $\bar{x} - \bar{y} - \bar{z}$ 는 Barge에 고정이다. $\bar{x} - \bar{y} - \bar{z}$ 의 원점은 Barge의 무게중심에 있다고 하자.

또 상하 방향의 무게중심은 수선면상에 있다고 하자. (x, y, z) 좌표에 대한 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 의 상대적 변위인 η_3 (heave)와 각변위 η_5 (pitch)를 생각하자.

x축의 -방향으로 움직이는 규칙파의 속도 potential과 표면파형은

$$\phi(x, y, z) = \frac{iga}{\omega_0} e^{kz} \cdot e^{-ikx} \cdot e^{i\omega_0 t} \tag{1. 1}$$

$$\zeta_0 e^{i\omega_0 t} = a e^{ikx} \cdot e^{i\omega_0 t}$$

여기서 g : 중력가속도

a : 파 진폭

ω_0 : 파 각주파수

k : 파수 $= \left(\frac{\omega_0^2}{g} \right) = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)$

λ : 파장

Barge의 운동방정식은 Newton의 2법칙에 의해

$$\begin{aligned} M \ddot{\eta}_3 &= F_3 \\ I_{55} \ddot{\eta} &= F_5 \end{aligned} \quad (1.2)$$

여기서 M : Barge의 질량

I_{55} : \bar{y} 축에 대한 Barge의 관성모멘트

F_3 : 수직방향의 총 外力

F_5 : \bar{y} 축 주위의 총 外力 모멘트

이 식은 언뜻, heave와 pitch가 비연성인 것처럼(decoupled) 보이나, 우변의 외력 항에 연성 성분이 포함되어 있다. F_j 는 Barge의 j 방향으로 작용하는 모든 힘 (유체동역학적 힘, 유체정역학적 힘, 중력, 계류력, 風力, 기타 外力)을 포함한다.

문제를 간단하게 하기 위해 Barge의 外力으로서 중력과 유체 정역학적 힘과 유체 동역학적 힘만을 고려하자.

중력 :

$$\begin{aligned} F_{G_3} &= -Mg \\ F_{G_5} &= \bar{z}_c \cdot Mg \cdot \eta_5 \end{aligned} \quad (1.3)$$

여기서 \bar{z}_c 는 상하방향 중심위치 (여기서 $\bar{z}_c = 0$ 으로 가정했음)

유체력 : Barge에 작용하는 유체 정역학적 힘과 동역학적 힘은 hull의 물수부분의 압력을 적분하여 얻어진다.

$$\begin{aligned} F &= \int \int_{S'} P n dS \quad (i = 1, 2, 3) \\ M &= \int \int_{S'} P r \times n dS \quad (i = 4, 5, 6) \end{aligned} \quad (1.4)$$

여기서 S' : 각 순간의 hull 물수표면

P : 유체압력

n : hull로 향하는 단위 vector ($= n_1 i + n_2 j + n_3 k$)

r : 원점에서 hull의 임의점 까지의 vector ($= x i + y j + z k$)

F : hull에 작용하는 힘

M : hull에 작용하는 모멘트

기호표기를 간단히 하기 위하여 일반화된 단위 법선 $n_j(j = 1, 2, \dots, 6)$ 을

$$\begin{aligned}(n_1, n_2, n_3) &= n \\ (n_4, n_5, n_6) &= r \times n\end{aligned}\tag{1.5}$$

와 같이 정의하자.

그러면

$$F_j = \iint_S P n_j dS \quad (j = 1, 2, \dots, 6)\tag{1.6}$$

여기서 F_j 는 j 방향으로 작용하는 外力이 된다.

물체 표면에서 압력은 Bernoulli eq.를 이용하여 구한다.

비정상, 비회전 흐름의 경우 Bernoulli 방정식은

$$P + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho \nabla \phi \cdot \nabla \phi + \rho g z = C$$

여기서 C : 적당한 Bernoulli 상수

대기압은 문제에 영향이 없으므로 0으로 하자.

또 barge의 경우 전진속도가 0이므로 $C = 0$ 으로 놓자. 그러면

$$P = \underbrace{-\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho \nabla \phi \cdot \nabla \phi}_{\text{hydrodynamic}} - \underbrace{\rho g z}_{\text{hydrostatic}}\tag{1.7}$$

이를 이용하여 外力을 구하면

$$F_{H_j} = F_{HS_j} + F_{HD_j}$$

여기서

a) F_{HS_j} : hydrostatic 성분

$$= -\rho g \int \int_{S'} z n_j dS \quad (1.8a)$$

b) F_{HD_j} : hydrodynamic 성분

$$= -\rho \int \int_{S'} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \phi \cdot \nabla \phi \right) dS \quad (1.8b)$$

Hydrostatic 성분 : 식 (1.8a)의 적분을 수행하면 된다. 이때 z 값은 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 좌표계에서 대응되는 값으로 대치되어야 하고, 적분은 각 순간의 hull 침수표면 전체에 걸쳐 수행되어야 한다.

선형이론에서는 정수상태의 물수표면에 대해서 적분을 구하면 충분하다. 그 이유는 정수상태의 물수표면과 실제 파가 있을 때 물수표면의 차가 미소하기 때문이다.

Newman에 의하면

$$a) F_{HS_3} = \rho g \nabla - \rho g S \eta_3$$

$$b) F_{HS_5} = (-\rho g \nabla \bar{z}_B - \rho g S_{11}) \eta_5 \quad (1.9)$$

여기서 S : 정수시 수선면적 ($= B \times L$)

∇ : 물수체적 ($= B \times L \times T$)

\bar{z}_B : 부심의 수직위치 ($= -T/2$)

S_{11} : 정수면의 y 축에 대한 2차 모멘트 ($= \frac{BL^3}{12}$)

이제 중력(식 (1, 3))을 유체 정역학적 힘에 포함시켜

$$F_{HS_j}^* = F_{G_j} + F_{HS_j} \quad (1.10)$$

또 $\rho V = M$ 이므로

$$a) F_{HS_3}^* = -\rho g S \eta_3 \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} b) F_{HS_5}^* &= -\rho g \nabla (S_{11} / \nabla + \bar{z}_B - \bar{z}_C) \eta_5 \\ &= -\bar{W} (BM + KB - KG) \theta \\ &= -\bar{W} \cdot GM_L \cdot \theta \end{aligned}$$

즉 $F_{HS_5}^* = -\rho g \nabla \cdot GM_L \cdot \eta_5 \quad (1.12)$

로 쓸 수 있다.

또한 KB 값과 KG값의 차가 BM값에 비해 매우 작으므로 근사적으로

$$F_{HS_5}^* \doteq -\rho g S_{11} \eta_5 = -\rho g \frac{BL^3}{12} \eta_5 \quad (1.13)$$

으로 쓸 수 있다.

유체 동역학적 성분

앞의 (1, 8b)식에서 보았듯이, Barge에 작용하는 유체 동역학적 힘은 hull 표면의 물수부분에 작용하는 유체 동역학적 압력을 적분하여 구한다. 선형이론에 한정하면 다음의 몇 가지 단순화를 행할 수 있다.

첫째, 적분면적 S' 를 정수시의 물수 표면으로 할 수 있다. 만일 운동 진폭이 작다면, 이로 인해 무시되는 항들은 모두 고차항이 된다.

둘째, 전진속도가 0이면 Bernoulli 방정식에서 속도 제곱항은 무시 가능하다. 그러면 (1, 8b)식은

$$F_{HD_j} = -\rho \int \int_{S_0} \frac{\partial \phi}{\partial t} n_j dS \quad (1.14)$$

S_0 : 정수중 hull의 물수표면

끝으로, 선형이론이므로 Barge의 응답진폭은 파의 진폭과 선형비례관계가 있고, 또 입사파의 주파수와 동일한 주파수를 갖는다. 그러면

$$\begin{aligned} \eta_3(t) &= \zeta_3 e^{i\omega_0 t} \\ \eta_5(t) &= \zeta_5 e^{i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.15)$$

여기서 ζ_3 : 복소 heave 진폭

ζ_5 : 복소 pitch 진폭

앞서의 단순화에 의해 속도 potential도 다음과 같이 나눌 수 있다.

$$\phi(t) = (\phi_I + \phi_D + \phi_3 \zeta_3 + \phi_5 \zeta_5) e^{i\omega_0 t} \quad (1.16)$$

여기서 ϕ_I : 입사파 potential (식 1. 1)

ϕ_D : 반사파 potential

ϕ_3 : heave 운동에 의한 potential

ϕ_5 : pitch 운동에 의한 potential

여기서 ϕ_I, ϕ_D, ϕ_j 는 시간에 무관하고 공간변수만에 지배된다.

속도 potential을 (1. 16)과 같이 분해하는 것은 유일한 방법이 아니고 다른 방법도 가능하다. 단지 이렇게 함으로써 각 성분의 기여가 쉽게 평가 가능하다.

또, 운동진폭 ξ_j 가 potential들과 분리되어 있으므로 potential들은 물체의 운동과 독립적으로 구할 수 있다. 이들 성분들간의 상호간섭은 모두 High order이므로 선형이론에서는 생략한다.

ϕ_3 와 ϕ_5 는 Barge가 단위진폭의 heave 운동과 pitch 운동을 할 때의 potential이다.

이들은 물체표면 경계조건과 자유표면조건, 무한원방조건을 만족하며 Laplace 방정식을 풀어 구하게 된다.

이들은 보통 Radiation Potential이라고 부른다. 그 이유는 이들이 물체 운동에 의해 교란이 발산(radiation)되는 것을 표현하기 때문이다.

이제 물체표면에 작용하는 유체 동역학적 힘 (식 1. 14)의 식에 ϕ_3 , ϕ_5 를 代入하면

$$\begin{aligned}
 F_{R_j} &= -\rho \int \int_{S_0} i\omega_0 (\phi_3 \xi_3 + \phi_5 \xi_5) e^{i\omega_0 t} n_j dS \\
 &= \left\{ -\rho i\omega_0 \xi_3 \int \int_{S_0} \phi_3 n_j dS - \rho i\omega_0 \xi_5 \int \int_{S_0} \phi_5 n_j dS \right\} e^{i\omega_0 t} \\
 &= \sum_{k=3,5} \xi_k \left[-\rho i\omega_0 \int \int_{S_0} \phi_k n_j dS \right] e^{i\omega_0 t} \quad (j=3,5) \quad (1.17)
 \end{aligned}$$

F_{R_j} : j 방향 운동에 대해 물체에 작용하는 유체 동역학적 힘

식中的의 [] 안의 항은 k 방향 운동에 의해 j 방향으로 작용하는 유체 동역학적 힘을 나타낸다. 고로, 일반적으로 운동 mode 사이에는 유체 동역학적 상호간섭항 (cross-coupling)이 생긴다.

예를 들어, heave 운동 ($k=3$)의 결과, pitch moment를 발생시킨다 ($j=5$).

[]안의 항은 실수부와 허수부로 나눌 수 있다. 즉

$$\omega_0^2 A_{jk} - i\omega_0 B_{jk} = -\rho i\omega_0 \iint_{S_0} \phi_k n_j dS \quad (1.18)$$

여기서 A_{jk} : 부가질량계수

$$= \text{Re} \left[-i\rho \frac{1}{\omega_0} \iint_{S_0} \phi_k n_j dS \right]$$

B_{jk} : 감쇠계수

$$= \text{Im} \left[i\rho \iint_{S_0} \phi_k n_j dS \right]$$

곱 ω_0^2 과 $-i\omega_0$ 는 A_{jk} 과 B_{jk} 를 정의할 때 포함되어 있다. 이는 이들 항을 운동방정식에 대입할 때 편의를 위해서이다.

Added Mass나 Damping이라는 이름은 운동방정식에서 그들의 역할 때문에 붙여진 것이다.

운동에 의한 유체 동역학적 힘 中 가속도와 동위상은 실수부이다. 따라서 이는 마치 겉보기 질량처럼(원래 질량에 더해진) 작용하게 된다.

반면, Damping항은 속도와 동위상인 유체력 성분이다. 또한 부가질량과 댐핑이 주파수의 함수임을 알아야 한다.

이제 남은 두 potential 성분은 $\Phi_I + \Phi_D$ 로 이는 입사파의 영향을 나타낸다.

Φ_I 는 입사파 potential이고 Φ_D 는 산란파 potential이다. 산란파는 입사파가 물체에 부딪혀 산란됨으로써(scattering) 생기는 것이다. 수학적으로는 $(\Phi_I + \Phi_D)$ 가 물체 경계조건을 만족하도록 Φ_D 가 요구되는 것이다.

식 (1, 34)에 $(\Phi_I + \Phi_D)e^{i\omega_0 t}$ 를 대입하면 아래와 같이 파 강제력을 얻는다.

F_{Ex_j} : 입사파 및 산란파에 의해 j 방향으로 생기는 총 유체 동역학적 강제력

$$\begin{aligned} F_{Ex_j} &= -\rho \int \int_{S_0} i\omega_0 (\Phi_I + \Phi_D) e^{i\omega_0 t} n_j dS \\ &= \left[-\rho i\omega_0 \int \int_{S_0} \Phi_I n_j dS - \rho i\omega_0 \int \int_{S_0} \Phi_D n_j dS \right] e^{i\omega_0 t} \quad (1.19) \\ &= [F_j^I + F_j^D] e^{i\omega_0 t} \quad j = (3, 5) \end{aligned}$$

여기서 F_j^I : 입사파에 의한 강제력의 복소진폭

F_j^D : 산란파에 의한 강제력의 복소진폭

F_j^I 는 입사파 중에 있는 물체의 표면에 작용하는 압력을 적분한 것이다(물체의 존재에 의해 파의 압력에 변화가 없다고 가정). 이 성분은 어떤 hydrodynamic 문제를 풀지 않아도 되므로 쉽게 구할 수 있다.

입사파 potential이 알려져 있고, 따라서 물체 표면에서 적분만 하면 된다.

F_j^I 는 보통 Froude-Krylov 강제력이라 불린다(이는 Froude에 의한 선박의 roll 운동해석(1861)과 Krylov에 의한 6자유도 운동해석(1898)을 따른다는 뜻으로).

그들은 처음으로 파 강제력 계산시 입사파 potential만을 사용하는 근사계산을 제안하였다. 이 Froude-Krylov 근사는 물체에 비해 입사파 파장이 클수록 잘 맞는다.

아주 짧은 파장의 입사파에 대해서는 반사파 potential을 무시할 수 없다. 극단적으로 짧은 파장의 파의 경우, 총 파 강제력은 Froude-Krylov 가정으로 얻는 것의

대략 두 배의 힘이 된다.

항과 中 단순한 Box Barge의 경우 F_j^I 는

$$\begin{aligned}
 F_j^I &= -\rho i \omega_0 \iint_{S_0} \Phi_I n_j dS \\
 &= -\rho i \omega_0 \iint_{S_0} \frac{iga}{\omega_0} e^{kz} \cdot e^{ikx} n_j dS \quad (1.20) \\
 &= +\rho ga \iint_{S_0} e^{kz} \cdot e^{ikx} n_j dS \quad (j = 3,5)
 \end{aligned}$$

각 mode에 대해 계산이 별도로 수행되어야 한다. Heave의 경우 밑면에서만 면 적분이 이루어진다(그 이유는 Box Barge의 경우 밑면에 작용하는 압력만이 heave 방향의 강제력에 기여하므로).

$$\begin{aligned}
 F_3^I &= \rho ga \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{-kT} \cdot e^{ikx} (+1) dy dx \\
 &= \rho ga B \cdot e^{-kT} \cdot \frac{e^{i\frac{kL}{2}} - e^{-i\frac{kL}{2}}}{ik} \\
 &= \rho ga \frac{2B}{k} \cdot e^{-kT} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \quad (1.21)
 \end{aligned}$$

또 $n_5 = n_1 z - n_3 x$ 이므로 Box Barge의 F_5^I 계산에서는 밑면과 앞면, 뒷면의 압력을 적분하여야 한다.

$$\begin{aligned}
 F_5^I &= \rho ga \left[\int_{-T}^0 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{kz} \cdot e^{i\frac{kL}{2}} (-1) z dy dz \right. \\
 &\quad + \int_{-T}^0 \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{kz} \cdot e^{-i\frac{kL}{2}} (+1) z dy dz \\
 &\quad \left. + \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{-kT} \cdot e^{ikx} (-x) (+1) dy dx \right] \quad (1.22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \rho g a \left[-\frac{B}{k^2} \{e^{-kT}(kT+1) - 1\} \cdot \left\{ e^{-i\frac{kL}{2}} - e^{-i\frac{kL}{2}} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \frac{B}{k^2} e^{-kT} \left\{ e^{i\frac{kL}{2}} \left(\frac{ikL}{2} - 1 \right) - e^{-i\frac{kL}{2}} \left(-\frac{ikL}{2} - 1 \right) \right\} \right] \\
&= -2i \rho g \frac{aB}{k^2} \left[\{e^{-kT}(kT+1) - 1\} \sin\left(\frac{kL}{2}\right) \right. \\
&\quad \left. + e^{-kT} \left(-\frac{kL}{2} \cos\frac{kL}{2} + 2\sin\frac{kL}{2} \right) \right]
\end{aligned}$$

Box Barge에 대한 전형적인 Froude-Krylov力의 진폭을 plot한 것이 그림 1. 2이다.

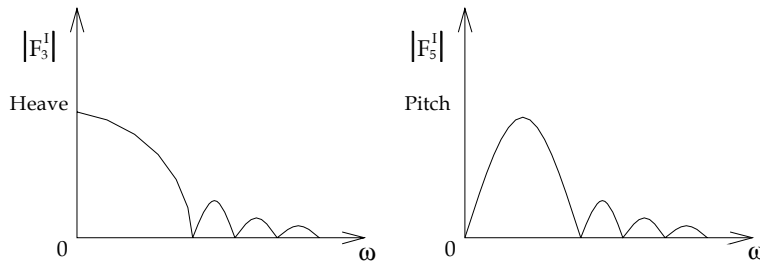


Fig. 1.2 Typical plots of Froude-krylov Exciting Forces

위 그림에서 알 수 있듯이, 파의 주파수가 매우 커지면 ($L/\lambda \rightarrow \infty$) 강제력은 0에 접근한다. 즉 Barge를 따라 매우 많은 파장들이 있게 되면(주파수가 높은 경우) 각각의 기여에 의한 전체 효과는 0이 된다는 것을 뜻한다. 또 어떤 L/λ 값들에 있어서 강제력이 0이 되는 곳이 있다. 이는 파의 간섭에 의한 것이다(어떤 특정 주파수에서 Barge의 한쪽 끝에서의 파의 영향이 정확히 상쇄된다는 뜻).

Heave의 Froude-Krylov力은 ω (또는 L/λ)가 0일 때 최대이다.

만일 식 (1. 21)을 작은 k 값(즉 $\omega \rightarrow 0$)에 대해 전개하면 $k \rightarrow 0$ 일 때

$$F_3^I \rightarrow \rho g a B L$$

이 된다.

이 값은 유체 정역학적 고찰로 구할 수 있는 값이다. 즉 수직 방향의 강제력은 Barge의 측면을 따라 파 진폭 a 만큼 수면이 상승한데 따르는 힘으로 해석된다.

Pitch Froude-Krylov 강제력은 저주파수에서 0이 된다(이는 Barge의 각 단면에서의 힘이 서로 상쇄되기 때문이다). 또 pitch 강제력은 항상 파 진폭과 $\pm 90^\circ$ 위상을 갖는다. 즉 F_5^I 는 wave slope와 同位相임을 알 수 있다.

이 또한 정역학적 고찰, 즉 최대 pitch 강제력은 Barge의 兩端에서 파형의 차가 가장 클 때 발생할 것이라는 사실로도 추측이 가능하다.

파강제력의 두 번째 성분은 물체에 부딪혀 반사되는 파에 의한 것이다.

식 (1. 19)에서

$$F_j^D = -\rho i \omega_0 \iint_{S_0} \phi_D n_j dS \quad (1.23)$$

ϕ_D 를 구하기 위해서는 ϕ_j 를 구할 때 풀었던 것과 유사한 유체 동역학적 문제를 풀어야 한다.

여기서, F_j^D 를 구할 때, ϕ_D 를 구하지 않고도 F_j^D 를 구할 수 있음을 Newman(1977)이 보였다.

ϕ_j 와 ϕ_D 는 매우 유사한 수학적 문제를 푸는 것이고, Green 정리와 물체 표면에서 경계조건을 이용하여

$$F_j^D = +\rho \iint_{S_0} \phi_j \frac{\partial \phi_0}{\partial n_j} dS \quad (1.24)$$

임을 증명할 수 있다.

식 (1. 24)는 소위 "Haskind Relation"이라 한다. 이 관계는 산란파 강제력을 입사파와 Radiation Potential에 연관시키고 있다. 이는 매우 중요한 뜻을 갖는데, 이를 이용하면 배 운동 계산시 부가적인 계산시간을 줄일 수 있기 때문이다.

식 (1. 24)에서 $\frac{\partial \phi_0}{\partial n_j}$ 는 기지의 값이고 적분은 부가질량과 Damping을 구할 때와 흡사하다.

예를 들어 Box Barge의 경우 항파中 heave의 산란 강제력은

$$\begin{aligned}
 F_3^D &= -\rho \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \phi_3 \frac{\partial \phi_0}{\partial z} dy dx \\
 &= \rho i \omega_0 a B e^{-kT} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \phi_3 e^{ikx} dy dx \quad (1.25)
 \end{aligned}$$

이 식은 e^{ikx} 항을 제외하고는 부가질량과 감쇠력 적분(식 1. 18)과 매우 유사하다.

전체 운동방정식

이제 이상의 유체 정역학적, 동역학적 힘들을 운동방정식 (1. 2)에 대입해야 한다.

응답 역시 (1. 15)식과 같이 Sinusoidal임을 명심하고 이를 (1. 2)식에 대입하면

$$\begin{aligned} -\omega_0^2 M \zeta_3 e^{i\omega_0 t} &= F_{HS_3}^* + F_{R_3} + F_{Ex_3} \\ -\omega_0^2 I_{55} \zeta_5 e^{i\omega_0 t} &= F_{HS_5}^* + F_{R_5} + F_{Ex_5} \end{aligned} \quad (1.26)$$

식 (1. 11), (1. 17), (1. 18), (1. 19)를 이용하여

$$\begin{aligned} -\omega_0^2 M \zeta_3 e^{i\omega_0 t} &= -\rho g B L \zeta_3 e^{i\omega_0 t} \\ &+ \left\{ \sum_{k=3,5} (\omega_0^2 A_{3k} - i\omega_0 B_{3k}) \zeta_k \right\} e^{i\omega_0 t} \\ &+ \{F_3^I + F_3^D\} e^{i\omega_0 t} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} -\omega_0^2 I_{55} \zeta_5 e^{i\omega_0 t} &= -\rho g \left(\frac{B L^3}{12} \right) \zeta_5 e^{i\omega_0 t} \\ &+ \left\{ \sum_{k=3,5} (\omega_0^2 A_{5k} - i\omega_0 B_{5k}) \zeta_k \right\} e^{i\omega_0 t} \\ &+ \{F_5^I + F_5^D\} e^{i\omega_0 t} \end{aligned}$$

위 식에 있어 $e^{i\omega_0 t}$ 가 모든 항에 곱해져 있으므로 상쇄할 수 있다.

이것이 바로 정현파 中에서 선체운동을 푸는 것의 이점이다.

즉 미분 방정식인 운동방정식이 대수방정식으로 되어 풀기 쉽게 된다.

이제 표준형으로 (1. 27)식을 바꾸면

$$\left\{ \underbrace{-\omega_0^2(M + A_{33})}_{\text{Mass}} + \underbrace{i\omega_0 B_{33}}_{\text{Damping}} + \underbrace{\rho g BL}_{\text{Spring}} \right\} \zeta_3 + \underbrace{(-\omega_0^2 A_{35} + i\omega_0 B_{35})}_{\text{Cross coupling}} \zeta_5 = \underbrace{F_3^I + F_3^D}_{\text{Exciting force}} \quad (1. 28)$$

$$\left(-\omega_0^2 A_{53} + i\omega_0 B_{53} \right) \zeta_3 + \left\{ -\omega_0^2 (I_{55} + A_{55}) + i\omega_0 B_{55} + \rho g \frac{BL^3}{12} \right\} \zeta_5 = F_5^I + F_5^D$$

위 식에서 cross coupling항은 heave와 pitch 운동의 상호간섭에 의한 것으로, 이는 선박의 형상에 따라 큰 값이 될 수도 있고 작을 수도 있다.

Box Barge의 경우는 전후가 대칭이므로 이 coupling항은 0이다.

(1. 28)식과 일반적인 spring-mass-damper계의 운동방정식과의 근본적인 차이점은 식中 계수 A_{jK} , B_{jK} , F_j^I , F_j^D 가 모두 주파수의 함수라는 것이다.

따라서 일반적인 미분 방정식으로 표현할 수 없다.

본질적으로 운동방정식을 주파수 영역에서 풀게 되면, 주어진 주파수에 대해서는 그 계수들이 상수가 된다.

시간 영역에서 운동방정식을 구성하려면 추가적인 복잡한 Convolution Integral 형태가 된다.

(이에 관해서는 Cummins(1962), Ogilvie(1964), Wehansen(1971) 등을 참조)

질량 항은 원질량(또는 2차 모멘트)과 부가질량을 합한 것이고, Damping항은 자유표면에서의 조파저항에 기인한 것이다.

점성 Damping 효과는 무시되었으나, 만일 등가적인 점성 Damping항이 필요하다면 B_{jj} 항에 추가되게 된다.

끝으로 spring 상수항은 유체 정역학적 복원력에 의한 것으로 이는 수선면적에 비례한다.

식 (1. 28)은 Barge의 전후 대칭성을 이용, 더 간단하게 만들 수 있다. Added mass와 Damping을 계산하기 위해서는

$$I_{jk} = \int \int_{S_0} \phi_k n_j dS$$

꼴의 적분을 수행하여야 한다.

ϕ_k 와 n_j 는 물체가 전후 대칭인 경우 ϕ_k 는 x 의 기함수이고, n_j 는 x 의 우함수가 된다. 따라서 적분 中 많은 값들이 0이 된다.

예를 들어 I_{53} 에 의해 heave와 pitch의 부가질량과 Damping coupling 항을 계산하게 되나, ϕ_5 는 x 의 기함수이고, η_3 는 x 의 우함수이므로 곱 $\phi_5 \eta_3$ 는 우함수가 되고 이의 적분은 0이 된다.

결국 Box Barge의 경우 $A_{53} B_{53} = 0$ 이 된다.

물리적으로 이는 heave 가속도나 속도에 의해 hydrodynamic pitch 모멘트가 발생하지 않는다는 뜻이다.

이러한 논리에 의해, 0이 아닌 항은 $j = k$ 일 때만 생긴다는 것을 알 수 있다.

따라서 전후 대칭인 단순 Box Barge의 경우 모든 상호간섭항(부가질량 및 Damping의)은 0이 되고

$$\begin{aligned} A_{jk} = B_{jk} = 0 \quad (j \neq k) & \qquad \qquad \qquad (1.29) \\ (j = 3.5) & \\ (k = 3.5) & \end{aligned}$$

이들은 (1. 28)에 대입하면

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \{-\omega_0^2(M + A_{33}) + i\omega_0 B_{33} + \rho g BL\} \zeta_3 = F_3^I + F_3^D \\
 \text{b) } & \left\{-\omega_0^2\left(I_{55} + A_{55}\right) + i\omega_0 B_{55} + \rho g \frac{BL^3}{12}\right\} \zeta_5 = F_5^I + F_5^D \quad (1.30)
 \end{aligned}$$

두 mode 사이에 상호간섭이 없으므로 (1. 30)식은 각각의 복소진폭 ζ_3 , ζ_5 에 대해 쉽게 풀린다.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } \zeta_3 &= \frac{F_3^I + F_3^D}{(-\omega_0^2(M + A_{33}) + i\omega_0 B_{33} + \rho g BL)} \\
 \text{b) } \zeta_5 &= \frac{F_5^I + F_5^D}{\left(-\omega_0^2(I_{55} + A_{55}) + i\omega_0 B_{55} + \rho g \frac{BL^3}{12}\right)} \quad (1.31)
 \end{aligned}$$

ζ_j 에 관한 실제 값을 얻으려면, ϕ_j 와 ϕ_D 에 관한 유체 동역학적 문제를 풀어야 한다. 이에 관해서는 다음 장에서 설명하기로 하고 여기서는 해의 일반적 특징만을 살펴보자.

먼저 운동을 살펴볼 필요가 있다.

Barge의 길이에 비해 폭과 흘수가 작다고 가정했으므로 F_3^I , F_3^D , A_{33} 등의 크기에 대해 어렵할 수가 있다.

F_3^I 와 정적 복원력항 ($\rho g BL$)이 가장 큰 값을 갖는다.

F_3^I , A_{33} , B_{33} 은 ϕ_3 에 관계되는 양으로 크기가 비슷하고 앞의 두 양에 비해 고차항이다(즉 수치적으로 작은 값이다).

또 Barge의 질량은 부가질량과 같은 크기이다.

일차 근사로서, 고차항들을 무시하고

$$\zeta_3 = \frac{F_3^I}{\rho g B L} = \frac{\rho g a \frac{2B}{k} e^{-kT} \cdot \sin \frac{kL}{2}}{\rho g B L} \quad (1.32)$$

로 쓸 수 있다.

근사된 (1.32)식은 Froude-Krylov 강제력과 유체 정역학적 복원력 사이의 비를 나타내고 있다.

이는 전진속도가 0이고 파의 파장이 Barge 길이보다 매우 길 때 잘 맞는 결과이다. 그러나, 질량항을 생략함으로써 공진 효과도 생략되게 된다.

저주파수(긴 파장)의 극한의 경우 (1.32)식을 미소 k 에 대해 전개하면

$$\lim_{k \rightarrow 0} \zeta_3 = \frac{\rho g a \frac{2B}{k} (1 - kT + \dots) (k \frac{L}{2} + \dots)}{\rho g B L} \doteq a \quad (1.33)$$

즉 파 주파수가 0에 접근하면 Heave 진폭은 파 진폭에 접근하고 위상각은 0° 이다.

고주파수의 경우 Heave 운동은 강제력과 Barge 질량을 가속시키는데 필요한 힘의 비로 나타난다.

(1.31)에서

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \zeta_3 = \frac{F_3^I + F_3^D}{-\omega_0^2 (M + A_{33})} \quad (1.34)$$

파 주파수가 매우 크면 파강제력은 0에 가까워지고 따라서 Heave 진폭도 0에 접근한다.

Pitch 운동의 경우도 heave와 유사하게 저주파수의 경우 응답은 Froude-Krylov 모멘트와 정적 복원모멘트의 비가 된다.

식 (1. 22)를 (1. 31(b))에 대입하면

$$\zeta_5 = \frac{2i\rho g a B}{k^2} \left[e^{-kT} (kT + 1) \sin \frac{kL}{2} + e^{-kT} \left(-\frac{kL}{2} \cos \frac{kL}{2} + \sin \frac{kL}{2} \right) \right] / \rho g B L^3 / 12 \quad (1.35)$$

이를 다시 미소 k 에 관해 전개하면

$$\lim_{k \rightarrow 0} \zeta_5 \doteq ika \left\{ -1 + 6 \left(\frac{T}{L} \right)^2 \right\} \quad (1.36)$$

식 (1. 36)은 저주파수의 경우 Pitch 진폭이 0에 접근하고, 파 경사에 비례함을 보여준다.

즉 파의 파정과 90°위상을 갖는다(즉 파 경사와 동위상). 이는 물리적 고찰로도 알 수 있는데, 매우 낮은 주파수에서는 Barge가 파를 따라 움직이기(Contouring) 때문이다.

고주파수의 경우 pitch 운동은 또한 0에 접근한다. 그 중간의 주파수에서 pitch 진폭이 최대값을 가진다.

특정 선박에서 $\lambda/L = 1.0$ 일 때 최대가 된다.

Barge의 경우 pitch 진폭의 최대값은 $\lambda/L = 1.5$ 에서 생긴다.

그림 1. 3과 1. 4는 항파중 전진속도 0으로 운동하는 Box Barge의 최종 운동진폭이다(heave와 pitch).

실선은 식 (1. 32)와 (1. 35)에 의한 1차 근사값이고, 점선은 Strip 이론에 의한 계산결과이다. (여기에는 부가질량, Damping, wave diffraction 항들이 고려되어 있다)

Heave 진폭은 입사파 진폭으로 무차원화 되었다. pitch 진폭은 두 가지 방법으로 무차원화 되었다.

첫 번째는 $(\zeta_5) \cdot L / (2a)$ 이다.

두 번째는 $(\zeta_5) / ka$ 로 pitch각이 파 경사로 무차원화 되었다.

무차원 heave 진폭은 1.0으로 시작된다(주파수 0일 때 파 진폭과 heave 진폭이 같으므로).

파 주파수가 증가하면 heave 진폭은 점차 감소하여 $\lambda / L = 1.0$ 일 때 0이 된다.

이는 입사파장과 Barge의 길이가 같을 때 파 강제력이 0이기 때문이다. 더 고주파수에서는 heave 운동은 매우 작다.

저주파수에서 pitch 진폭은 파 진폭이 0에 접근하므로 0에 접근한다.

따라서 $\frac{L}{2a}$ 로 무차원화시킨 곡선은 0이 되고, ka 로 무차원화시킨 곡선은 1.0에 접근한다.

$L / \lambda = 0.0$ 일 때 응답곡선이 정확히 1.0이 아닌 이유는 선수와 선미의 끝단효과에 의해 운동이 감소하기 때문이다.

$L / \lambda = 0.6$ ($\lambda / L = 1.67$) 일 때 pitch 진폭은 최대가 되고, 그 후 다시 감소하여 $L / \lambda = 1.43$ 일 때 0이 된다.

$L / \lambda = 1.43$ 일 때 pitch가 0인 것은 강제력 모멘트가 0이기 때문이다.

그림 1. 3과 1. 4를 살펴보면 부가질량과 Damping과 wave diffraction 영향을 알 수 있다.

긴 파장의 파(저주파수)의 경우 Strip 이론과 1차 근사는 잘 맞는다. 주파수가 증가하면 둘 사이의 차이가 커진다. 즉 부가질량과 Damping과 Diffraction의 영향은 heave와 pitch를 증가시키는 것이다.

FIGURE 1.3
HEAVE MOTION OF
BOX BARGE

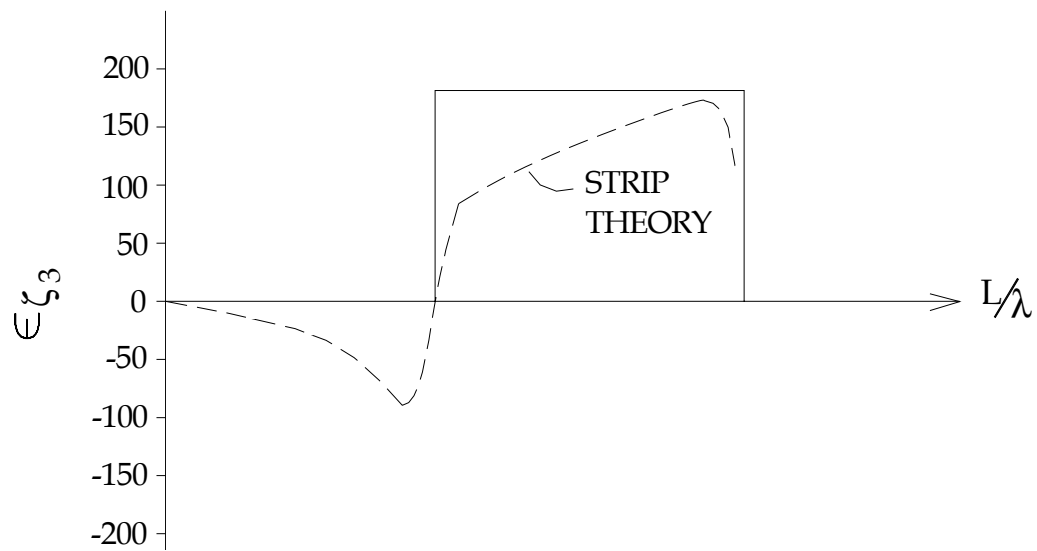
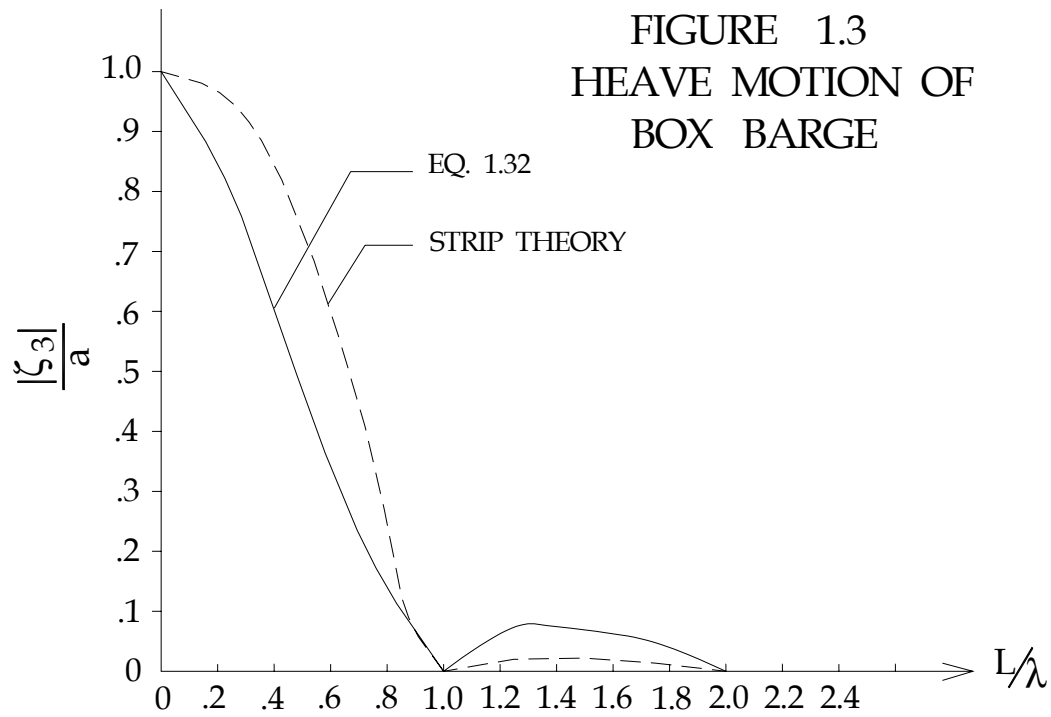
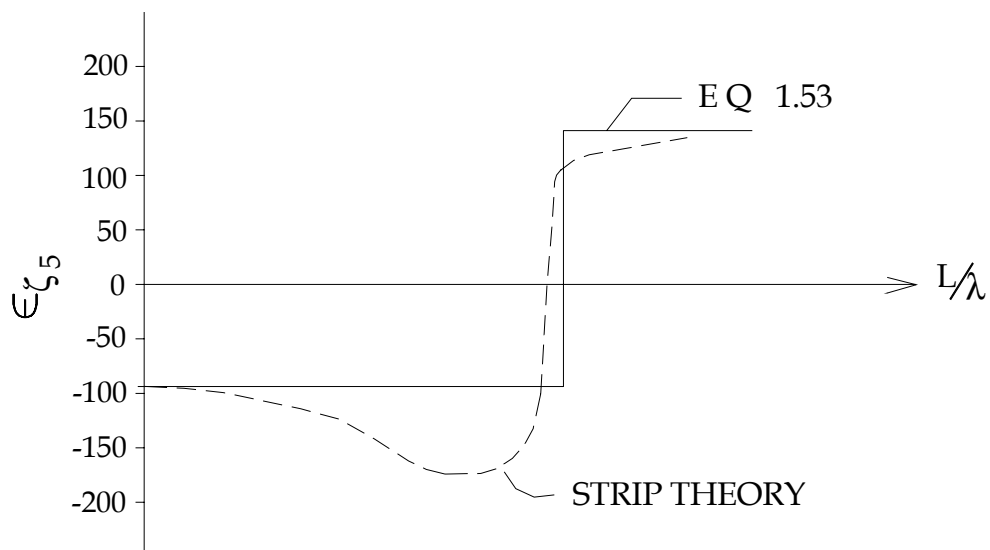
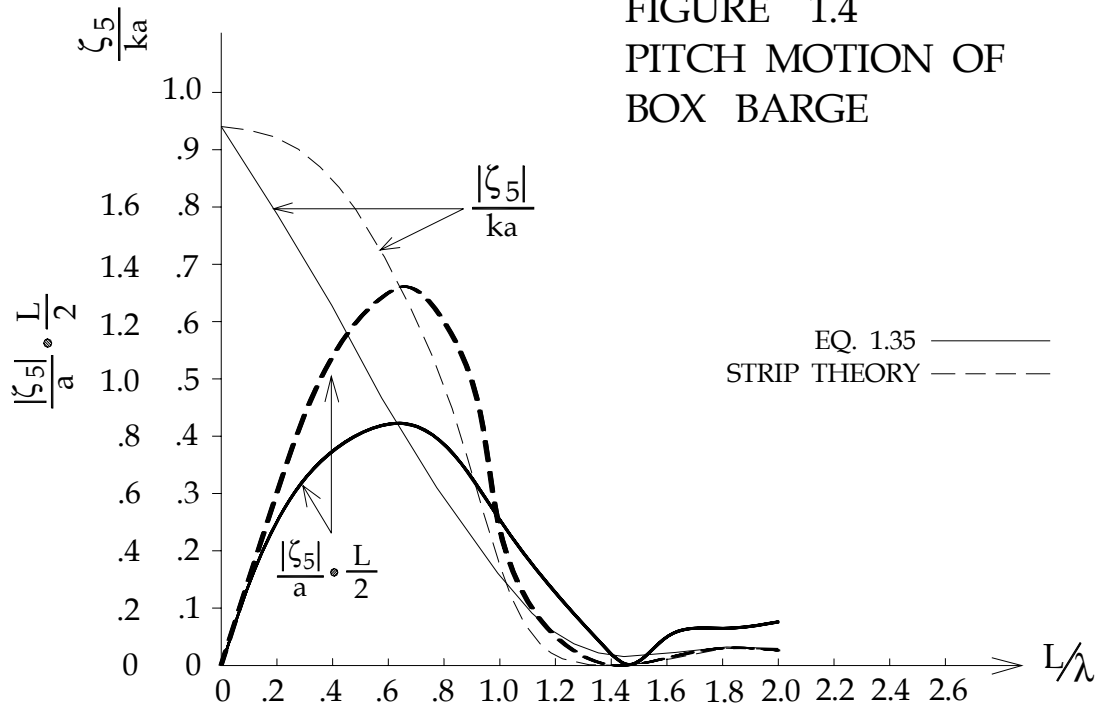


FIGURE 1.4
PITCH MOTION OF
BOX BARGE



NOTE FOR THE SHIP HYDRODYNAMICS

by S.K.Lee

Pusan National University

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering

Ship Motion and Maneuvering Lab

목 차

1. 양력면 이론 (Lifting surface theory)
2. 向波중에서 Boxbarge 의 운동
3. Strip Method
4. Numerical calculation of the added mass and damping coefficients of cylinders oscillating in or below a free surface
5. Close-fit Program source